

Momentenbasierte Verfahren für schnelle, transiente Bildgebung und Echtzeitschatten¹

Christoph Peters²

Abstract: Wir wenden die Theorie der Momente auf Probleme des Visual Computings an. Aus dieser Theorie entwickeln wir effiziente Algorithmen, die eindimensionale Verteilungen durch eine geschlossene Form aus ihren Momenten rekonstruieren. Solche Rekonstruktionen nutzen aus, dass die ursprünglichen Verteilungen keine negativen Massen beinhalten. Dadurch können sie vor allem bei Verteilungen, die um wenige Punkte lokalisiert sind, mit wenigen Momenten außerordentlich gute Rekonstruktionen erreichen. Wir wenden diese Verfahren auf Messwerte von AMCW Lidar Systemen an. So erhalten wir für jeden Pixel dieser Lichtlaufzeitkameras eine vollständige Rekonstruktion der Impulsantwort des Lichts und können insbesondere Interferenzeffekte beseitigen. Außerdem betrachten wir das Rendern von Schatten in Echtzeitanwendungen. Speichert man Momente in einer Shadow Map, kann man diese direkt filtern und so effizient Aliasing vorbeugen. Durch diese direkte Filterung wird auch die Darstellung von weichen Schatten und atmosphärischer Lichtstreuung ermöglicht.

Kennen wir zwei Potenzmomente einer Verteilung auf der reellen Achse, so ergibt sich daraus der Erwartungswert und die Varianz, die angibt, wie sehr die Verteilung davon abweicht, all ihre Masse im Erwartungswert zu lokalisieren. Weit weniger bekannt sind die Verallgemeinerungen dieses Resultats auf mehr Momente. Kennen wir $2 \cdot n$ Momente der Verteilung, so können wir n Punkte und n zugehörige Massen berechnen und angeben wie sehr die Verteilung davon abweicht, all ihre Masse in ebendiesen n Punkten zu lokalisieren.

In der vorliegenden Dissertation [Pe17a] entwickeln wir aus dieser klassischen Theorie eine Vielzahl von effizienten und numerisch stabilen Algorithmen. Damit erreichen wir außerordentlich schnelle transiente Bildgebung, d.h. wir können für jeden Pixel einer speziellen Kamera rekonstruieren wie viel Licht mit einer bestimmten Laufzeit dorthin zurückgekehrt ist [Pe15]. Außerdem speichern wir Momente in Shadow Maps um Schatten in Echtzeit zu rendern. Solche Moment Shadow Maps können direkt gefiltert werden. So vermeiden wir Aliasing [PK15], rendern Schatten für transparente Objekte, generieren weiche Schatten und berechnen atmosphärische Lichtstreuung [Pe17b]. All diese Techniken haben geringe Kosten pro Pixel auf dem Bildschirm und eignen sich entsprechend gut für 4k Auflösungen und virtuelle Realität.

¹ Englischer Titel der Dissertation: "Moment-Based Methods for Real-Time Shadows and Fast Transient Imaging"

² Karlsruher Institut für Technologie, christoph.peters@kit.edu

1 Transiente Bildgebung

Die Lichtlaufzeitmessung ermöglicht es Tiefenbilder aufzunehmen. Eine Kamera, zusammen mit einer aktiven Beleuchtungseinheit, misst wie lange ein Lichtpuls braucht bis er von der Szene zu einem Pixel der Kamera zurückgeworfen wird. Dabei ist Mehrwegempfang ein gängiges Problem. Durch globale Beleuchtungseffekte erreicht das Licht den Pixel auf Pfaden unterschiedlicher Länge. Somit gibt es keine eindeutige Lichtlaufzeit. Vielmehr muss man von einer beliebigen, zeitlich aufgelösten Impulsantwort $G : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ ausgehen.

Kennen wir diese Impulsantwort für jeden Pixel, so sprechen wir von einem transienten Bild. Ihre direkte Aufnahme ist in jeder Hinsicht mit hohen Kosten verbunden [Ve13]. Praktikabler ist eine indirekte Messung durch sogenannte Amplitude Modulated Continuous Wave (AMCW) Lidar Systeme. Durch eine Modulation der Lichthelligkeit und der Sensorempfindlichkeit wird dabei die Korrelation der Impulsantwort mit einem periodischen Signal gemessen. Mit Messungen bei sehr vielen Frequenzen [He13] oder unter Annahme eines einfachen Modells [GCD12] lässt sich daraus die Impulsantwort rekonstruieren.

1.1 Rekonstruktion von Impulsantworten

Im Folgenden beschreiben wir ein neues Rekonstruktionsverfahren, das dank einer Lösung in geschlossener Form algorithmisch effizient ist, keine Modellannahmen benötigt und bereits aus Messungen bei wenigen Frequenzen komplizierte Impulsantworten akkurat rekonstruieren kann. Dazu konfigurieren wir das AMCW Lidar System so, dass die Korrelation mit einem sinusförmigen Signal gemessen wird [Pa10].

Wir fixieren eine Grundfrequenz f (z.B. $f = 23$ MHz) und betrachten die Impulsantwort fortan in Abhängigkeit von der Phase $\varphi \in (0, 2 \cdot \pi]$ zu dieser Grundfrequenz:

$$F(\varphi) := \sum_{l \in \mathbb{Z}} G\left(\frac{\varphi + l \cdot 2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot f}\right)$$

Die dadurch entstehende Phasenmehrdeutigkeit kann später durch entsprechende Verfahren aufgelöst werden. Durch das AMCW Lidar System messen wir nun sogenannte trigonometrische Momente dieser Dichtefunktion:

$$c_j := \int \cos(j \cdot \varphi) \cdot F(\varphi) \, d\varphi + i \cdot \int \sin(j \cdot \varphi) \cdot F(\varphi) \, d\varphi = \int \exp(i \cdot j \cdot \varphi) \cdot F(\varphi) \, d\varphi \in \mathbb{C}$$

Solche Messwerte benötigen wir für $j \in \{0, 1, \dots, m\}$ wobei $m \in \mathbb{N}$. Dabei kommt $c_0 \in \mathbb{R}$ eine besondere Bedeutung zu, da es schlicht misst wie viel Licht den Pixel insgesamt erreicht. Für $j < 0$ gilt da F reell ist $c_j = \overline{c_{-j}}$. Die trigonometrischen Momente sind schlicht Fourierkoeffizienten einer Verteilung.

Zur Rekonstruktion benötigen wir die Toeplitz-Matrix

$$C(c) = (c_{j-k})_{j,k=0}^m = \begin{pmatrix} c_0 & \bar{c}_1 & \cdots & \bar{c}_m \\ c_1 & c_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \bar{c}_1 \\ c_m & \cdots & c_1 & c_0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{(m+1) \times (m+1)},$$

die momentengenerierende Funktion

$$\mathbf{c}(\varphi) := (1, \exp(i \cdot 1 \cdot \varphi), \dots, \exp(i \cdot m \cdot \varphi))^T \in \mathbb{C}^{m+1}$$

und den kanonischen Basisvektor $e_0 := (1, 0, \dots, 0)^T$. Unsere Rekonstruktion ist dann gegeben durch

$$D(\varphi) := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{e_0^T \cdot C^{-1}(c) \cdot e_0}{|e_0^T \cdot C^{-1}(c) \cdot \mathbf{c}(\varphi)|^2} \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

Dieses Verfahren ist bekannt als Maximum Entropy Spectral Estimate [Bu75] und hat bemerkenswerte Eigenschaften.

Theorem 1. *Angenommen $C(c)$ ist positiv definit. Dann ist die oben definierte Dichtefunktion D positiv, realisiert exakt die trigonometrischen Momente c_0, \dots, c_m und minimiert unter allen solchen Funktionen die Burg-Entropie*

$$\int_0^{2 \cdot \pi} -\log D(\varphi) \, d\varphi.$$

Ist $C(c)$ nicht positiv definit, so existiert keine solche Funktion.

Eine exakte Reproduktion der gegebenen trigonometrischen Momente ließe sich auch durch eine einfache Fourier-Reihe erreichen. Eine solche lineare Rekonstruktion kann aber keine Positivität garantieren. Der Raum der positiven Verteilungen zu gegebenen trigonometrischen Momenten ist in vielen relevanten Fällen erstaunlich klein. Besteht die ursprüngliche Verteilung aus m oder weniger Dirac- δ Stößen, so enthält der Raum nur eine einzige Verteilung. In diesem Fall lässt sich mit dem sogenannten Pisarenko-Schätzer, welcher den Grenzfall von Gleichung (1) darstellt, eine perfekte Rekonstruktion erhalten. Ansonsten liefert Gleichung (1) eine Rekonstruktion mit m oder weniger lokalen Maxima. Die Burg-Entropie führt dabei als Prior zu einem wohldefinierten und glatten Ergebnis, das Masse nur dann stark lokalisiert, wenn die Daten dies erzwingen.

1.2 Anwendungen

Der Fall einer Impulsantwort mit Dirac- δ Stößen ist in der Praxis äußerst relevant. Die Impulsantwort über den direkten Pfad entspricht stets einem Dirac- δ Stoß und Gleiches gilt

für Beiträge durch stark spekulare Flächen, z.B. Spiegel oder Glasscheiben. Wir haben unser Verfahren mit Daten aus einem modifizierten PhotonICs 19k-S3 von pmdTechnologies getestet. Abbildung 1a zeigt das rekonstruierte transiente Bild zu einer Szene mit zwei Spiegeln. Selbst mit $m = 3$ positiven Frequenzen werden bereits bis zu drei Impulse auf einem einzelnen Pixel korrekt rekonstruiert. Mit mehr Frequenzen und längerer Belichtungszeit erhält man eine schärfere Rekonstruktion mit weniger Rauschen. Überdies können wir effizient die Verteilungsfunktion rekonstruieren, d.h. errechnen wie viel Licht bis zu einem gewissen Zeitpunkt zurückgekehrt ist (Abbildung 1b).

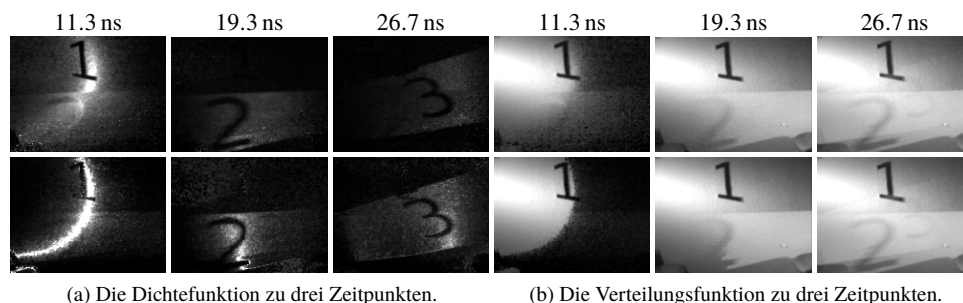


Abb. 1: Transiente Bilder zu einer Szene mit zwei Spiegeln. Der direkte Puls läuft von links nach rechts, ein Spiegel reflektiert ihn nach links, ein weiterer Spiegel reflektiert ihn nach rechts. Für die obere Zeile betrug die Messzeit 91 ms bei einer Grundfrequenz von $f = 23$ MHz und $m = 3$ positiven Frequenzen. Unten wurde 8,21 s mit $f = 11.5$ MHz und $m = 8$ gemessen.

Es ist auch möglich in geschlossener Form die lokalen Maxima der rekonstruierten Dichte zu errechnen. Diese sind Kandidaten für die Lichtlaufzeit der direkten Impulsantwort. Auf diese Weise lassen sich dann Verzerrungen durch Mehrwegempfang entfernen (Abbildung 2a). Unser Ansatz ist dabei zur Aufnahme bei interaktiven Frameraten geeignet. Mit unserem Hardwareprototypen konnten wir bis zu 18.6 transiente Bilder pro Sekunde aufnehmen. Abbildung 2b zeigt das Ergebnis der Auftrennung eines solchen Bildes in direkte und indirekte Beleuchtung.

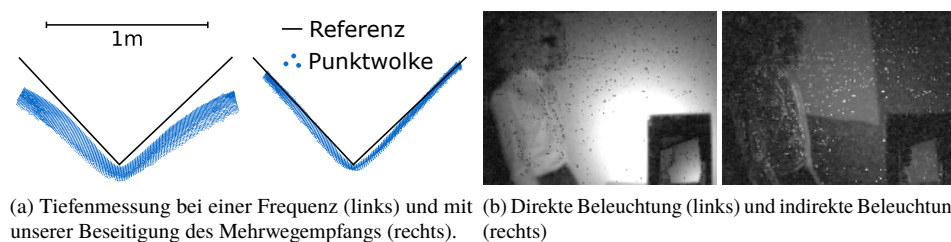


Abb. 2: Eine Ansicht einer rechtwinkligen Ecke von oben mit rekonstruierten Punktwolken (links) und Aufspaltung der Beleuchtung für ein in 54 ms aufgenommenes transientes Bild (rechts).

2 Echtzeitschatten

Das Rendern von Schatten mag auf den ersten Blick ein völlig anderes Problem sein. Es profitiert aber von ganz ähnlichen Techniken. Der bei weitem gängigste Ansatz zur Darstellung von Schatten in Echtzeitanwendungen ist Shadow Mapping. Dabei wird die Szene aus der Perspektive der Lichtquelle rasterisiert. Pro Pixel wird ein Tiefenwert gespeichert, um den Beginn des Schattens entlang des Lichtstrahls zu erfassen.

Dieser bildbasierte Ansatz skaliert hervorragend auf komplexe Szenen, krankt aber an starkem Aliasing durch die Abtastung in der Shadow Map und auf dem Bildschirm. Percentage-closer Filtering [RSC87] beseitigt dies, indem es für jeden einzelnen Pixel eine Umgebung in der Shadow Map abtastet und die Ergebnisse des Schattentests filtert. Diese Technik ist weit verbreitet, wird aber sehr kostspielig wenn man die Filtergröße so wählt, dass Aliasing effektiv bekämpft wird. Es ist bekannt, dass man die Shadow Map direkt filtern kann, wenn man Potenzmomente der Tiefenverteilung speichert [DL06]. Vorhandene Ansätze gehen aber nicht über das zweite Moment hinaus und entsprechend ungenau ist die Rekonstruktion der Schatten.

2.1 Moment Shadow Mapping

Unsere Moment Shadow Map [PK15] ist eine Textur mit $m = 4$ Kanälen. Der erste speichert die Tiefe $z \in [-1, 1]$, die in einer gewöhnlichen Shadow Map gespeichert werden würde. Die weiteren drei Kanäle speichern die Potenzen z^2 , z^3 und z^4 . Wenden wir einen Filter mit $n \in \mathbb{N}$ Gewichten $w_0, \dots, w_{n-1} \geq 0$ an, der Pixel mit Tiefen $z_0, \dots, z_{n-1} \in [-1, 1]$ kombiniert, so erhalten wir Potenzmomente einer Tiefenverteilung Z :

$$Z := \sum_{l=0}^{n-1} w_l \cdot \delta_{z_l}, \quad b_j := \mathcal{E}_Z(\mathbf{z}^j) = \sum_{l=0}^{n-1} w_l \cdot z_l^j \quad \text{für } j \in \{0, \dots, m\}. \quad (2)$$

Das Ziel beim Filtern von Schatten ist es zu berechnen, welcher gewichtete Anteil der abgetasteten Tiefen zum Schatten beiträgt:

$$Z(\mathbf{z} < z_f) = \sum_{l=0}^{n-1} w_l \cdot \begin{cases} 1 & \text{falls } z_l < z_f, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Algorithmus 1 berechnet anhand der Momente b_0, \dots, b_m die bestmögliche untere Schranke zu dieser Größe. Durch die systematische Unterschätzung wird vermieden, dass Flächen fälschlicher Weise einen Schatten auf sich selbst werfen.

Die Eingabe für Algorithmus 1 ist gültig wenn, $B(b)$ positiv definit ist. Dann ist auch der Algorithmus erfolgreich. Erneut ist der Grenzfall interessant. Wenn Z sich aus nur $\frac{m}{2}$ Punkten zusammensetzt, so ist es eindeutig durch die Momente b_0, \dots, b_m bestimmt und

Algorithmus 1 Berechnung der Schattenintensität mit Moment Shadow Mapping.

Eingabe: Oberflächentiefe $z_f \in \mathbb{R}$ und Potenzmomente $b_0, \dots, b_m \in \mathbb{R}$ für gerades m .

Ausgabe: Eine scharfe untere Schranke zu $Z(\mathbf{z} < z_f)$.

- Setze $B(b) := (b_{j+k})_{j,k=0}^{\frac{m}{2}} = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & \cdots & b_{\frac{m}{2}} \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_{\frac{m}{2}+1} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ b_{\frac{m}{2}} & b_{\frac{m}{2}+1} & \cdots & b_m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(\frac{m}{2}+1) \times (\frac{m}{2}+1)}$.
- Löse $B(b) \cdot q = (1, z_f^1, \dots, z_f^{\frac{m}{2}})^T$ per Cholesky-Zerlegung nach $q \in \mathbb{R}^{\frac{m}{2}+1}$.
- Löse $\sum_{j=0}^{\frac{m}{2}} q_j \cdot z^j = 0$ nach z um Nullstellen $z_1, \dots, z_{\frac{m}{2}} \in \mathbb{R}$ zu erhalten.
- Setze $z_0 = z_f$ und für $l \in \{0, \dots, \frac{m}{2}\}$ setze $v_l := 1$ wenn $z_l < z_0$ und $v_l := 0$ sonst.
- Berechne den Rückgabewert

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_{\frac{m}{2}} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 1 & z_0^1 & \cdots & z_0^{\frac{m}{2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_{\frac{m}{2}}^1 & \cdots & z_{\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} v_0 \\ \vdots \\ v_{\frac{m}{2}} \end{pmatrix}.$$

wird perfekt rekonstruiert. Die relativ kleinen Filterbereiche für die Schatten, enthalten selten mehr als zwei Flächen. Daher erhält man mit $m = 4$ bereits hervorragende Rekonstruktionen.

In der Praxis bringt dieser Fall aber auch Herausforderungen mit sich. Er korrespondiert zu einer positiv semi-definiten aber singulären Matrix $B(b)$. Daher haben wir bei der Implementierung sorgfältig auf numerische Stabilität geachtet. Gleichzeitig muss die Implementierung auf den bei GPUs üblichen SIMD-Architekturen sehr effizient sein. Unsere Implementierung für $m = 4$ benötigt nur 32 Fließkommaoperationen und keine Zweige.

Ein weiteres Problem sind Rundungsfehler in der Eingabe. Es ist wichtig den Bedarf an Speicher und Bandbreite minimal zu halten. Wir möchten nur 16 bit pro Moment aufbringen. Hierzu wenden wir eine affine Abbildung auf die Momente an bevor wir sie speichern. Diese ist dazu optimiert die Entropie der Daten zu maximieren ohne Werte außerhalb des darstellbaren Zahlenbereichs zu generieren. Damit die verbleibenden Rundungsfehler nicht zu ungültigen Eingaben führen, wird ein optimiertes Bias in der Größenordnung des Rundungsfehlers angewandt.

2.2 Optimalität von Potenzmomenten

Die Verwendung von Potenzmomenten bringt erhebliche Vorteile mit sich, da die in Algorithmus 1 verwendete Lösungsstrategie bekannt ist [KN77]. Dennoch stellt sich die Frage ob man bessere Ergebnisse erhalten könnte wenn man andere Daten in den vier Kanälen der Shadow Map speichert. In der Tat kann man z_l^j in Gleichung (2) durch eine beliebige, stetige Funktion $\mathbf{a}_j : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ersetzen und erhält immernoch eine wohldefinierte scharfe, untere Schranke. Diskretisiert man das Intervall $[-1, 1]$, so lässt sich diese sogar effizient berechnen. Die Zielfunktion $Z(\mathbf{z} < z_f)$ ist linear und wir haben lineare Gleichungen und Ungleichungen als Nebenbedingungen. Es handelt sich also um ein Problem der linearen Programmierung. Zum Rendering ist dieser Ansatz zu langsam, doch er ermöglicht interessante Einblicke.

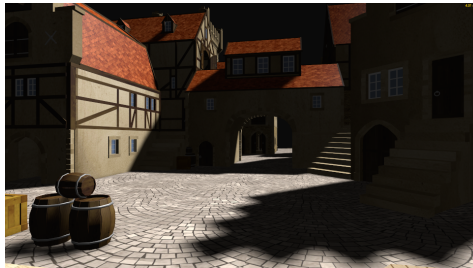
Von dieser Erkenntnis ausgehend, haben wir Testfälle definiert in denen auf mehreren Szenen gefilterte Schatten errechnet werden. Als Kandidaten haben wir 66045 unterschiedliche Kombinationen von Funktion $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ betrachtet. Die Evaluation lief mehrere Wochen auf einem CPU-Cluster. Die Ergebnisse zeigen, dass über 15000 Kandidaten nahezu identisch gute Ergebnisse liefern. Einen besseren Kandidaten gibt es nicht. Erfreulicherweise gehört Moment Shadow Mapping zu diesen Kandidaten. Der Grund dürften die theoretisch günstigen Eigenschaften für Tiefenverteilungen mit nur zwei Tiefen sein. Dieses Verhalten ist in der Praxis äußerst wichtig und auch andere Kandidaten legen es an den Tag.

2.3 Anwendungen von Moment Shadow Maps

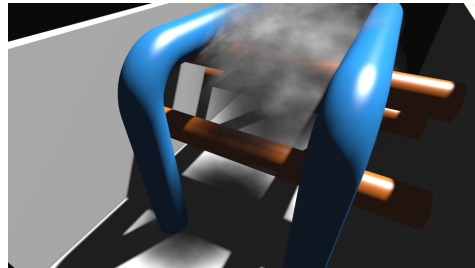
Dass man Moment Shadow Maps direkt filtern kann, ermöglicht vielfältige Anwendungen. Die naheliegendste ist Antialiasing für harte Schatten. Dabei generiert man die Moment Shadow Map mit hardwarebeschleunigtem Multisample Antialiasing und wendet dann zusätzlich in zwei Durchläufen einen gaußschen Weichzeichner an (Abbildung 3a). Beim Generieren der Moment Shadow Map kann man auch transparente Schattenwerfer durch schlichtes Alpha Blending rendern (Abbildung 3b).

Ist die Lichtquelle kein Punktlicht sondern ein Flächenlicht, so ist der Schatten am Kontaktpunkt von Schattenwerfer und -empfänger hart und wird dann zunehmend weicher. Dieser Effekt lässt sich durch gefilterte harte Schatten mit variabler Filtergröße annähern [Fe05]. Wir generieren eine Summed Area Table [Cr84] für eine Moment Shadow Map und können so in konstanter Zeit schätzen wie groß der Filter sein muss und entsprechend filtern (Abbildung 3c).

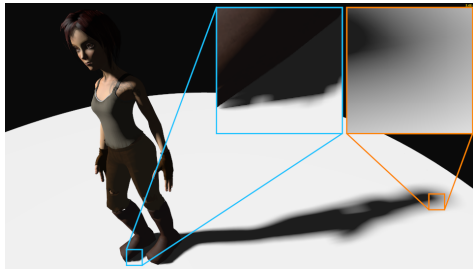
Schließlich ist es auch interessant Schatten in streuenden Medien wie etwa Wasserdampf oder staubiger Luft zu betrachten. Hierbei besteht die Herausforderung darin, dass man den Schatten entlang des Sichtstrahls aufintegrieren muss. Das Integral pro Pixel durch numerische Quadratur anzunähern ist aber kostspielig. Wir überführen stattdessen eine



(a) Moment Shadow Mapping zum Antialiasing harter Schatten (4.0 ms)



(b) Moment Shadow Mapping für transparente Schattenwerfer (4.1 ms)



(c) Moment soft Shadow Mapping (3.5 ms)



(d) Vorgefilterte Lichtstreuung mit sechs Potenzmomenten (5.4 ms)

Abb. 3: Die Anwendung von Moment Shadow Maps auf unterschiedliche Lichttransportphänomene. Zeiten beziehen sich auf das vollständige Rendern eines Bildes auf einer NVIDIA GeForce GTX 970.

Moment Shadow Map mit $m = 6$ Momenten in ein Koordinatensystem in dem Sichtstrahlen zu Texturzeilen korrespondieren. Dann generieren wir gewichtete Prefixsummen über die Zeilen und berechnen so die Lichtstreuung für jeden möglichen Sichtstrahl vor (Abbildung 3d).

All diese Techniken haben vergleichsweise hohe Kosten pro Texel der Moment Shadow Map, gelangen dann aber pro Pixel auf dem Bildschirm mit wenigen Texturzugriffen und arithmetischen Operationen zum Ziel. Sie skalieren daher hervorragend auf hohe Auflösungen. Abbildung 3 benutzt z.B. eine Auflösung von 3840×2160 für alle Bilder und schließt das Rendern dennoch in wenigen Millisekunden ab.

3 Fazit

Die Theorie der Momente ist ein mächtiges Werkzeug, genießt in der Informatik aber keine große Bekanntheit. Momente zu errechnen ist eine trivial parallelisierbare Operation. Die

Momente sind kompakt und lassen sich leicht mit neuen Daten kombinieren. Die Rekonstruktionen sind robust und erreichen eine enorme Genauigkeit wenn die ursprüngliche Verteilung ihre Masse um wenige Punkte lokalisiert. Dadurch erhält man gewissermaßen ein eindimensionales Clustering der Daten. Compressed Sensing Ansätze haben ähnliche Eigenschaften, sind aber mit erheblich größerem Rechenaufwand verbunden. Auch jenseits der Computergraphik dürften die von uns entwickelten effizienten und robusten Implementierungen von Interesse sein.

Mit Blick auf die bisher erforschten Anwendungen ist ein großes industrielles Interesse erkennbar. Es sind bereits mehrere Spiele auf dem Markt, die standardmäßig Moment Shadow Mapping nutzen³. Auch die transiente Bildgebung und die damit verbundene Beseitigung des Mehrwegempfangs hat bei den Entwicklern entsprechender Kameras großes Interesse geweckt.

Der nächste große Schritt wird sein, vergleichbare Algorithmen für höherdimensionale Probleme zu entwickeln. Zweidimensionale Momentenprobleme sind gegenwärtig ein lebendiges Forschungsfeld [La11]. Dabei stößt man deutlich schneller an Grenzen als bei den eindimensionalen Problemen. Dennoch bergen die Arbeiten großes Potenzial. So könnten z.B. momentenbasierte Rekonstruktionen auf der Sphäre im \mathbb{R}^3 immensen Nutzen für die Computergraphik entfalten.

Literaturverzeichnis

- [Bu75] Burg, John Parker: Maximum Entropy Spectral Analysis. Ph.D. dissertation, Stanford University, Department of Geophysics, 1975.
- [Cr84] Crow, Franklin C.: Summed-Area Tables for Texture Mapping. In: Proceedings of the 11th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. SIGGRAPH '84. ACM, S. 207–212, 1984.
- [DL06] Donnelly, William; Lauritzen, Andrew: Variance Shadow Maps. In: Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games. i3D '06. ACM, S. 161–165, 2006.
- [Fe05] Fernando, Randima: Percentage-Closer Soft Shadows. In: ACM SIGGRAPH 2005 Sketches. ACM, 2005.
- [GCD12] Godbaz, John P.; Cree, Michael J.; Dorrington, Adrian A.: Closed-form inverses for the mixed pixel/multipath interference problem in AMCW lidar. Proc. SPIE, 8296:829618-1–829618-15, 2012.
- [He13] Heide, Felix; Hullin, Matthias B.; Gregson, James; Heidrich, Wolfgang: Low-budget Transient Imaging Using Photonic Mixer Devices. ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2013), 32(4):45:1–45:10, July 2013.

³ Nach Aussage der Entwickler gilt dies für die Titel Deformers, Lone Echo und Echo Arena der Ready at Dawn Studios sowie Injustice 2 der Netherrealm Studios. Zusätzlich ist mit einer Dunkelziffer zu rechnen.

- [KN77] Kreĭn, Mark Grigorievich; Nudel'man, Adol'f Abramovich: The Markov Moment Problem and Extremal Problems, Jgg. 50 in *Translations of Mathematical Monographs*. American Mathematical Society, 1977.
- [La11] Lasserre, Jean Bernard: *Moments, Positive Polynomials and Their Applications*, Jgg. 1 in *Series on Optimization and Its Applications*. Imperial College Press, 2011.
- [Pa10] Payne, Andrew D.; Dorrington, Adrian A.; Cree, Michael J.; Carnegie, Dale A.: Improved measurement linearity and precision for AMCW time-of-flight range imaging cameras. *Appl. Opt.*, 49(23):4392–4403, August 2010.
- [Pe15] Peters, Christoph; Klein, Jonathan; Hullin, Matthias B.; Klein, Reinhard: Solving Trigonometric Moment Problems for Fast Transient Imaging. *ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH Asia 2015)*, 34(6), November 2015.
- [Pe17a] Peters, Christoph: *Moment-Based Methods for Real-Time Shadows and Fast Transient Imaging*. Dissertation, University of Bonn, Dezember 2017. urn:nbn:de:hbz:5n-49187.
- [Pe17b] Peters, Christoph; Münstermann, Cedrick; Wetzstein, Nico; Klein, Reinhard: Improved Moment Shadow Maps for Translucent Occluders, Soft Shadows and Single Scattering. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 6(1):17–67, März 2017.
- [PK15] Peters, Christoph; Klein, Reinhard: Moment Shadow Mapping. In: *Proceedings of the 19th ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics and Games. i3D '15*. ACM, S. 7–14, März 2015.
- [RSC87] Reeves, William T.; Salesin, David H.; Cook, Robert L.: Rendering Antialiased Shadows with Depth Maps. In: *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. SIGGRAPH '87*. ACM, S. 283–291, 1987.
- [Ve13] Velten, Andreas; Wu, Di; Jarabo, Adrian; Masia, Belen; Barsi, Christopher; Joshi, Chinmaya; Lawson, Everett; Bawendi, Mounqi; Gutierrez, Diego; Raskar, Ramesh: Femto-photography: Capturing and Visualizing the Propagation of Light. *ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2013)*, 32(4):44:1–44:8, Juli 2013.



Christoph Peters ist seit Januar 2018 Post-Doktorand am Karlsruher Institut für Technologie in der Gruppe von Carsten Dachsbacher. Zuvor hat er ein halbes Jahr bei NVIDIA in Redmond, WA zum Echtzeitrendering geforscht. Seine Promotion hat er im Mai 2017 in der Gruppe von Reinhard Klein an der Universität Bonn mit Auszeichnung abgeschlossen. Davor erhielt er 2013 in Bonn den M.Sc. in Informatik und 2011 in Köln den B.Sc. in Mathematik. Schwerpunkt seiner Arbeit ist die Entwicklung neuer Renderingverfahren. Dabei durchforstet er die mathematische Literatur nach Lösungsansätzen, die sich effizient auf massiv parallelen Prozessoren implementieren lassen und praxistaugliche Techniken für relevante Probleme liefern.